

# 基于平稳小波变换的心电信号噪声消除方法

高清维<sup>1,2</sup>, 李海鹰<sup>1</sup>, 庄镇泉<sup>1</sup>, 王 涛<sup>1</sup>

(1. 中国科学技术大学电子科学与技术系, 安徽合肥 230026; 2. 安徽大学自动化系, 安徽合肥 230039)

**摘 要:** 本文针对小波空间适应法在心电信号消噪中的缺陷, 提出一种利用平稳小波变换 (Stationary Wavelet Transform) 的心电信号消噪方法, 对受噪声污染的心电信号进行多层平稳小波变换, 逐层估计平稳小波变换细节信号中噪声的均方差  $\sigma_j$ , 选取各层阈值  $\lambda_j = \sqrt{2 \ln n}$  ( $n$  为细节信号长度), 对平稳小波变换的各层细节信号进行分别阈值处理, 然后进行小波逆变换重建信号, 以达到对信号消噪和恢复的目的. 这种方法可以很好的抑制小波空间适应法消噪出现的 Gibbs 现象, 较好地保持了心电信号的几何特征.

**关键词:** 心电信号; 平稳小波变换; 消噪

**中图分类号:** TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 02-0238-03

## De-noising of ECG Signal Based on Stationary Wavelet Transform

GAO Qing-wei<sup>1,2</sup>, LI Hai-ying<sup>1</sup>, ZHUANG Zhen-quan<sup>1</sup>, WANG Tao<sup>1</sup>

(1. Department of Electronic Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026, China;

2. Department of Automation, Anhui University, Hefei, Anhui 230039, China)

**Abstract:** The artifacts of wavelet spatial adaptation de-noising method is discussed, and the stationary wavelet transform is proposed. Harr wavelet is selected to decompose the noisy ECG signal for several levels. The noise mean square  $\sigma_j$  is estimated by the stationary wavelet transform details at every level. The detail  $d_j$  goes toward 0 by threshold  $\lambda_j = \sqrt{2 \ln n}$ , where  $n$  is length of the detail. The recovery signal is reconstructed and experimental result shows this de-noising method suppress Gibbs phenomena and reserves geometrical character of ECG signal.

**Key words:** ECG; stationary wavelet transform; de-noising

### 1 引言

在心电信号 (ECG) 分析中, P、Q、R、S、T 波是分析 ECG 信号的重要特征依据, 它的正确检测是分析 ECG 信号的基础, 心电信号在采集过程中, 常受到肌电等高频干扰, 掺杂各种噪声, 如迭加性白噪声等, 为正确进行参数测量、波形识别和病情诊断, 必须抑制噪声, 提高信噪比, 因此, 噪声滤波处理是心电图分析的一个重要步骤. 目前, 对心电信号的噪声抑制一般采用低通滤波方法<sup>[1]</sup>, 这种方法虽然可以滤除迭加性白噪声, 但同时也会衰减心电信号中各种波的幅度. 文献[2]提出的 QRS 波检测方法由以下三个步骤组成: ECG 信号的带通滤波、非线性变换及基于规则的 QRS 波检测, 这些方法的不足在于固定频带的滤波不能适应 ECG 信号的随机性、非平稳性及强噪声背景.

小波分析已成为数字信号处理领域的重要工具, 文献[3]利用小波变换模极大值方法进行消噪, 但是这种方法计算量大, 计算过程可能不稳定, 收敛较慢. Donoho 和 Johnstone 提出的小波空间适应噪声消除方法<sup>[4]</sup>有着重要的理论和应用价

值, 然而, 心电信号多种多样, 有的心电信号中 QRS 波都是尖锐峰形, 且 Q、S 波的幅度较小, 在强噪声背景下, 小波空间适应法消噪后在 Q、S 波处常出现 Gibbs 振荡现象, 造成信号失真, 破坏了心电信号的几何特征. 平稳小波变换 (Stationary Wavelet Transform) 是一种非正交小波变换, 利用平稳小波变换进行心电信号消噪可以克服以上弱点, 使心电信号消噪后较好地保持了心电信号的几何特征.

### 2 离散正交小波变换

对于信号的离散正交小波变换, Mallat 给出了快速金字塔算法, 若  $f_k$  为信号的离散采样数据, 令  $c_j = f_k$  (实际应用中常以  $c_0 = f_k$  作为计算的初始信号序列), 则有信号的多分辨率分析<sup>[5]</sup>公式为

$$\begin{cases} c_{j+1} = D H c_j \\ d_{j+1} = D G c_j \end{cases} \quad (1)$$

式中  $c_{j+1}$  为逼近信号,  $d_{j+1}$  为细节信号,  $H$  为低通滤波器,  $G$  为带通滤波器,  $D$  为下抽样算子, 其过程如图 1(a) 所示.

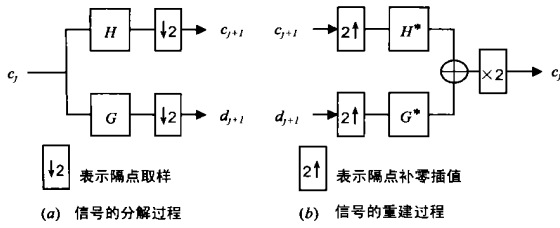


图 1 信号的小波分解与重建

相应信号的有重建公式为:

$$c_j = Z H^* c_{j+1} + Z G^* d_{j+1} \quad (2)$$

或将式(2)写成

$$c_j = R (c_{j+1}, d_{j+1}) \quad (3)$$

其中  $H^*$  和  $G^*$  分别是  $H$  和  $G$  的对偶算子,  $Z$  为补零插值算子,  $R$  为对应的重构算子, 其过程如图 1(b) 所示, 当上述过程中  $j=0$  时,  $D_0$  表示偶位置上的下抽样,  $Z_0$  表示偶位置上的插值补零,  $R_0$  为对应的重构算子; 当上述过程中  $j=1$  时,  $D_1$  表示奇位置上的下抽样,  $Z_1$  表示奇位置上的插值补零,  $R_1$  为对应的重构算子, 上述算法称为下抽样离散小波变换 (decimated DWT).

### 3 小波空间适应法在心电信号消噪方面存在的问题

小波空间适应消噪<sup>[4]</sup>是通过选择适当小波系数重构的方法, 得到对源信号的一个估计值. 一个源信号  $f(t_i)$  被一加性噪声污染, 则污染后的信号为

$$y_i = f(t_i) + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

式中  $e_i$  是独立同分布  $N(0, \sigma^2)$ , 我们要测量一个估计值  $f(\hat{t}_i)$ . 令  $c_0 = y_i$  表示初始信号序列, 利用正交小波变换按式 (1) 对  $c_0$  进行多级分解, 得到逼近信号  $c_j$  和多级细节信号  $d_1, d_2, \dots, d_j$ , 令  $\hat{d}_j$  为  $d_j$  的估计值

$$\hat{d}_j = \begin{cases} \bar{d}_j, & 1 \leq j \leq j_0 \\ d_j, & j_0 < j \leq J+1 \end{cases} \quad (5)$$

$j_0$  成为低分辨率截断参数,  $\bar{d}_j$  可由阈值门限算出, 阈值门限可选取为  $\sqrt{2 \ln n}$ , 为白噪声的均方差,  $n$  为白噪声的长度, 利用小波变换的第一层细节信号估计噪声均方差,  $\sigma = \text{median}(|d_1|) / 0.6745$ , 对  $d_j$  的阈值处理可分为硬阈值和软阈值两种方式, 硬阈值处理为

$$\bar{d}_j = \begin{cases} d_j, & |d_j| \geq \sqrt{2 \ln n} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

软阈值处理为

$$\bar{d}_j = \begin{cases} \text{sgn}(d_j) (|d_j| - \sqrt{2 \ln n}), & |d_j| \geq \sqrt{2 \ln n} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

对处理后的细节信号与逼近信号按式(3)重建得到噪声污染信号的估计值  $\hat{f}$ . 对于正交小波变换下抽样处理的细节信号采用阈值量化处理, 消噪后的信号在奇异点附近将产生 Gibbs 振荡现象, 为了减少 Gibbs 现象影响, 常采用软阈值处理. 图 2(a) 是一原始心电信号 (取自 MIT 心电信号数据库), 图 2(b)

是图 2(a) 信号添加白噪声的心电信号, 图 2(c) 是采用小波空间适应法软阈值处理的结果 (采用的小波是具有 7 阶消失矩的 Symmlet 小波), 从仿真实验结果可以看出, 采用小波空间适应法对心电信号进行消噪处理, 在 Q、S 波处产生了 Gibbs 振荡现象, 造成 Q、S 波段, 特别是 S 波段信号失真.

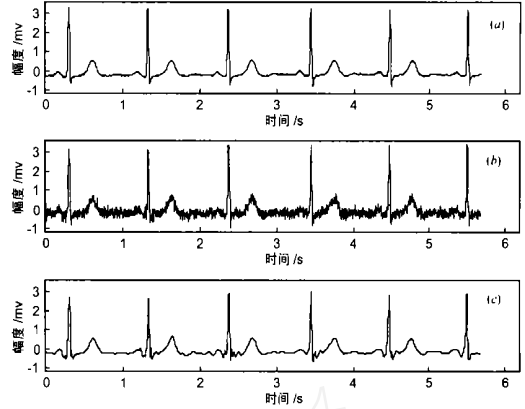


图 2 心电信号的小波空间适应法仿真消噪结果

### 4 平稳小波变换及其在心电信号噪声消除中的应用

平稳小波变换<sup>[6]</sup>是一种非正交的小波变换. 若正交小波滤波器  $H, G$  的滤波器系数分别为  $h_j$  和  $g_j$ , 则  $H^{[r]}$ ,  $G^{[r]}$  的滤波器系数分别为  $Z^r h$  和  $Z^r g$ ,  $Z$  为插值补零算子, 即  $h_{2^r j}^{[r]} = h_j, h_k^{[r]} = 0$  (当  $k$  不等于  $2^r$  的整数倍);  $g_{2^r j}^{[r]} = g_j, g_k^{[r]} = 0$  (当  $k$  不等于  $2^r$  的整数倍).  $H^{[r]}$  与  $H^{[r-1]}$  以及  $G^{[r]}$  与  $G^{[r-1]}$  的关系如图 3 所示.

若  $f_k$  为原始信号序列, 令  $a_0 = f_k, H^{[0]} = H, G^{[0]} = G$ , 则信号的平稳小波变换分解为

$$\begin{cases} a_{j+1} = H^{[j]} a_j \\ b_{j+1} = G^{[j]} a_j \end{cases} \quad (8)$$

式(8)表明在信号平稳小波变换过程中不采用下抽样处理, 每次平稳小波变换的逼近信号和细节信号长度与原信号长度相同. 令  $a_j(1, \dots, j)$  为对平稳小波变换逼近信号  $a_j$  依次进行  $D_1, \dots, D_j$  的  $j$  次下抽样后的信号,  $b_j(1, \dots, j)$  为对平稳小波变换细节信号  $b_j$  依次进行  $D_1, \dots, D_j$  的  $j$  次下抽样后的信号, 当  $j+1=0$  时

$$R_0^{[j]}(a_{j+1}, b_{j+1}) = H^* a_{j+1}(1, \dots, j, j+1) + G^* b_{j+1}(1, \dots, j, j+1) \quad (9)$$

当  $j+1=1$  时

$$R_1^{[j]}(a_{j+1}, b_{j+1}) = H^* a_{j+1}(1, \dots, j, j+1) + G^* b_{j+1}(1, \dots, j, j+1) \quad (10)$$

则平稳小波变换的逆变换为

$$a_j(1, \dots, j) = \frac{1}{2} [R_0^{[j]}(a_{j+1}, b_{j+1})] + [R_1^{[j]}(a_{j+1}, b_{j+1})] \quad (11)$$

图 3 滤波器的隔点补零插值过程

例如对信号进行 2 层平稳小波变换,此平稳小波逆变换的数据结构如图 4 所示。

为了抑制小波空间适应法消噪出现的 Gibbs 振荡现象,我们采用平稳小波变换的消噪方法,对于被噪声污染的心电信号首先进行平稳小波变换,选

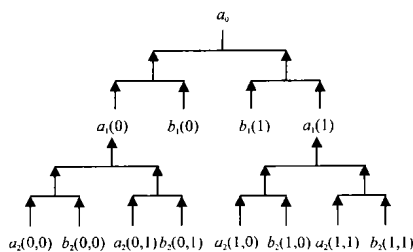


图 4 2 层平稳小波逆变换数据流图

选择的滤波器为 Haar 小波滤波器,对图 2(b) 噪声污染心电信号进行 4 层平稳小波变换,对分解的高频细节信号每层各自进行噪声的方差估计

$$j = \frac{\text{median}(|d_j|)}{0.6745} \quad (12)$$

确定各层细节信号阈值门限  $j = \sqrt{2 \ln n}$ ,  $n$  为信号的长度,对各层细节信号  $b_j$  分别进行硬阈值处理,而低频信号  $a_j$  保持不变,利用式(11)进行信号重构,结果如图 5 所示,与原始心电信号图 2(a) 相比,波形基本相同,从仿真实验结果来看,利用平稳小波变换进行心电信号消噪,克服了小波空间适应法消噪的不足,Q 波和 R 波处没有出现如图 2(c) 那样的失真,消噪后心电信号的 P、Q、R、S、T 波形基本保持原有特征;图 6(a) 为实际的噪声污染心电信号(取自 MIT 心电信号数据库),利用 Haar 小波采用上述平稳小波变换进行 3 次分解的消噪处理,结果如图 6(b) 所示,从实验结果来看消噪后心电信号波形形状较好。

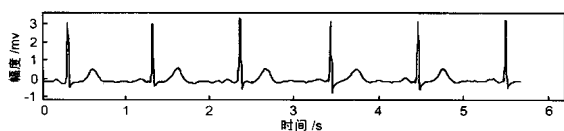


图 5 图 2(b) 噪声污染心电信号平稳小波变换消噪结果

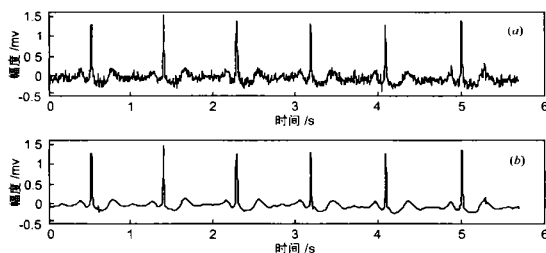


图 6 实际噪声污染心电信号平稳小波变换消噪结果

## 5 结论

本文提出了平稳小波变换心电信号噪声消除方法,仿真

与实际应用结果表明这种消噪方法对于心电信号的噪声抑制是非常有效的,在消除噪声后保持了心电信号的基本波形特征;由于在平稳小波变换中采用 Haar 小波滤波器,滤波器系数长度为 2,因此平稳小波变换在信号分解和重建过程中的运算量并不大;平稳小波变换消噪具有自适应性,适合非平稳的心电信号消噪处理,与传统的心电信号消噪方法相比有明显的优越性。

## 参考文献:

- [1] M L Ahlstrom, W J Tompkins. Digital filters for real-time ECG signal processing using microprocessors[J]. IEEE Transaction on Biomedical engineering, 1985, 32(9): 708 - 713.
- [2] Patrick S Hamilton, Willis J Tompkins. Quantitative investigation of QRS detection rules using the MIT/BIH arrhythmia database[J]. IEEE Transaction on Biomedical engineering, 1986, 33(12): 1157 - 1165.
- [3] 李光林, 吕维雪. 基于小波变换的心电信号的分析与处理[J]. 浙江大学学报, 1998, 32(1): 82 - 87.
- [4] David L Donoho, Iain M Johnstone. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage[J]. Biometrika, 1994, 81, 3: 425 - 455.
- [5] Stephane G Mallat. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation[J]. IEEE Transaction on PAMI, 1989, 11(7): 674 - 693.
- [6] G P Nason, B W Silverman. The stationary wavelet transform and some statistical applications in wavelet and statistics, Lecture notes in statistics[M]. Springer Verlag, 1995. 281 - 299.

## 作者简介:



高清维 男, 1965 年 1 月生于安徽肥东, 1988 年毕业于安徽大学物理系, 1998 年获安徽大学电路与系统硕士学位, 现在安徽大学自动化系工作, 中国科学技术大学信号与信息处理专业在职博士研究生, 目前的主要研究方向为数字信号处理、小波及分形理论及应用。



李海鹰 男, 1968 年 6 月生于河北安平, 中国科学技术大学电子科学与技术系信号与信息处理专业在职博士研究生, 主要研究方向为信号处理、网络技术。